Estimación de la constante de Hubble a partir de señales de BAO con datos LSST-simulados

Autor:
Miguel Sabogal G.[1]

Director:
Javier Gonzalez S.[2]

[1]B.S, Universidad del Atlántico, Colombia

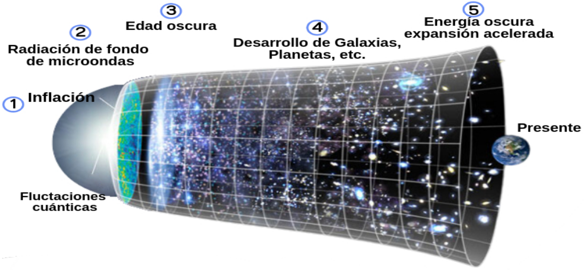
[2]Ph.D, Universidad Federal de Sergipe, Brasil

29 de agosto de 2022

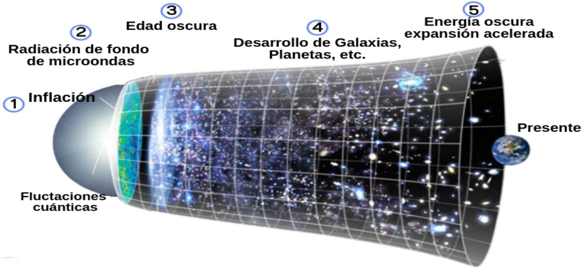
Red Estudiantes Colombianos Astronomia

INVESTING IN DISCOVERY

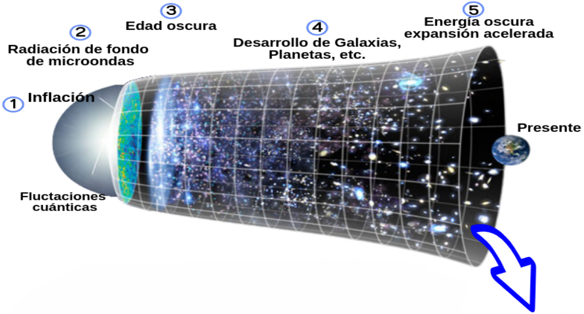
Contenido



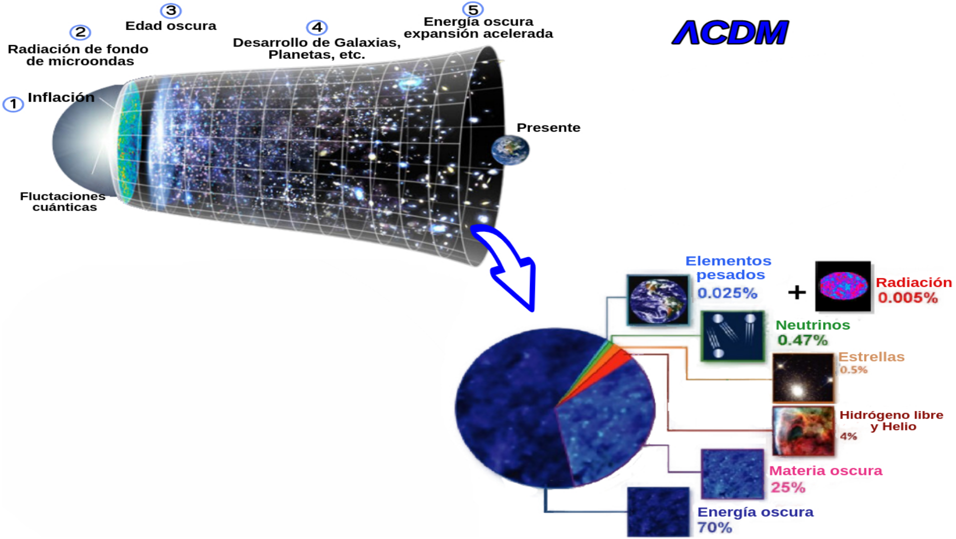
1 Inflación
2 Radiación de fondo de microondas
3 Edad oscura
4 Desarrollo de Galaxias, Planetas, etc.
5 Energía oscura expansión acelerada
Presente
Fluctaciones cuánticas

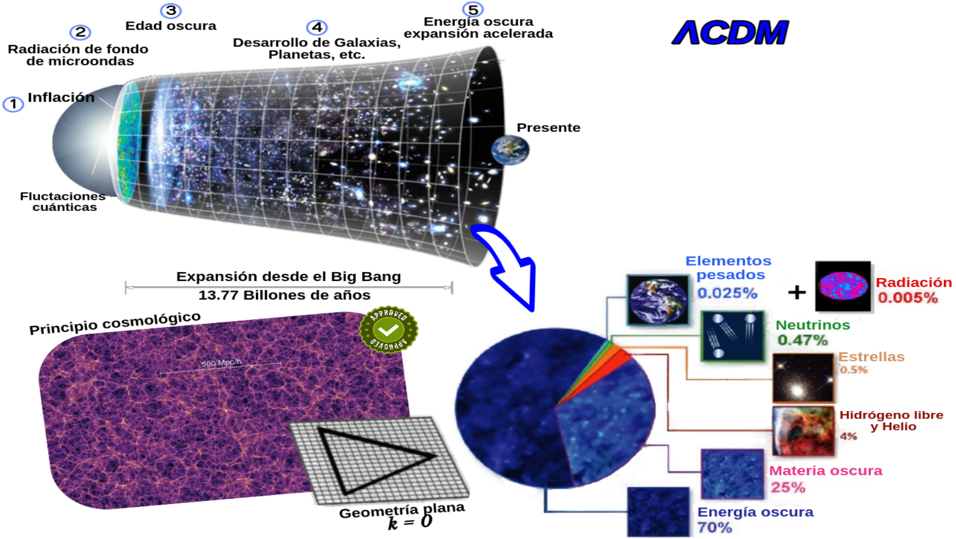

1 Inflación
Fluctaciones cuánticas
2 Radiación de fondo de microondas
3 Edad oscura
4 Desarrollo de Galaxias, Planetas, etc.
5 Energía oscura expansión acelerada
Presente

ΛCDM


1 Inflación
Fluctaciones cuánticas
2 Radiación de fondo de microondas
3 Edad oscura
4 Desarrollo de Galaxias, Planetas, etc.
5 Energía oscura expansión acelerada
Presente

ΛCDM


ΛCDM
1 Inflación
Fluctuaciones cuánticas
2 Radiación de fondo de microondas
3 Edad oscura
4 Desarrollo de Galaxias, Planetas, etc.
5 Energía oscura expansión acelerada
Presente
Elementos pesados 0.025%
+
Radiación 0.005%
Neutrinos 0.47%
Estrellas 0.5%
Hidrógeno libre y Helio 4%
Materia oscura 25%
Energía oscura 70%



ΛCDM
1 Inflación
Fluctuaciones cuánticas
2 Radiación de fondo de microondas
3 Edad oscura
4 Desarrollo de Galaxias, Planetas, etc.
5 Energía oscura expansión acelerada
Presente
Expansión desde el Big Bang
13.77 Billones de años
Principio cosmológico
500 Mpc/h
APPROVED
Geometría plana
k = 0
Elementos pesados 0.025%
Radiación 0.005%
Neutrinos 0.47%
Estrellas 0.5%
Hidrógeno libre y Helio 4%
Materia oscura 25%
Energía oscura 70%

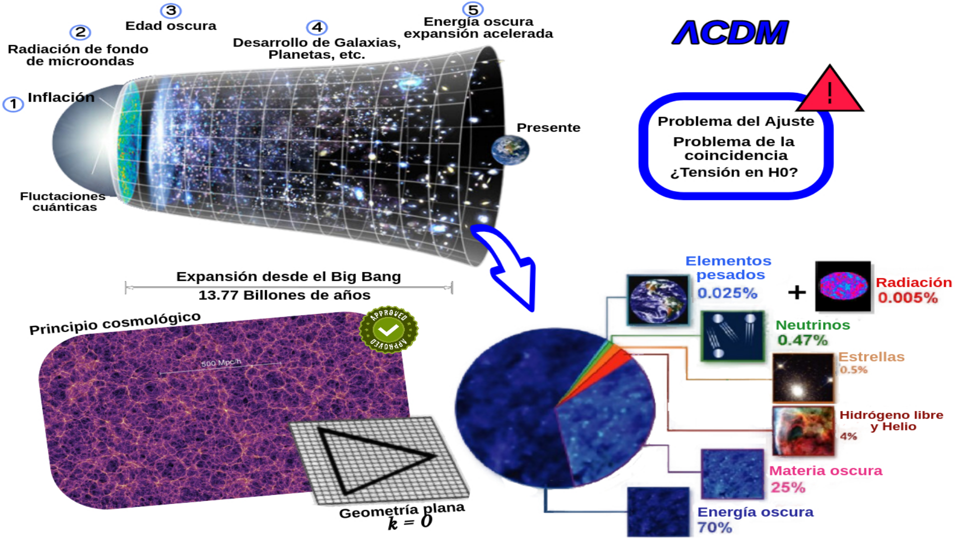
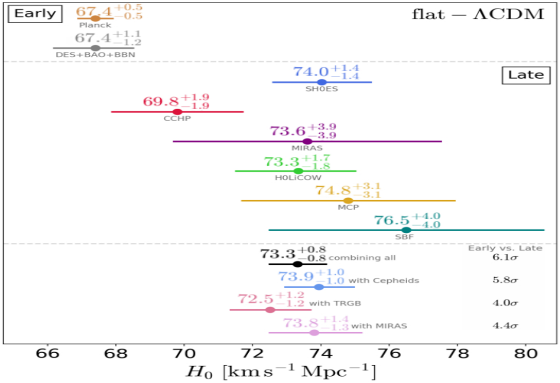
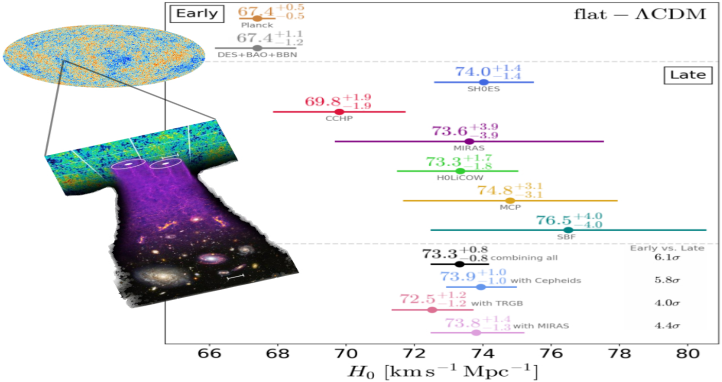
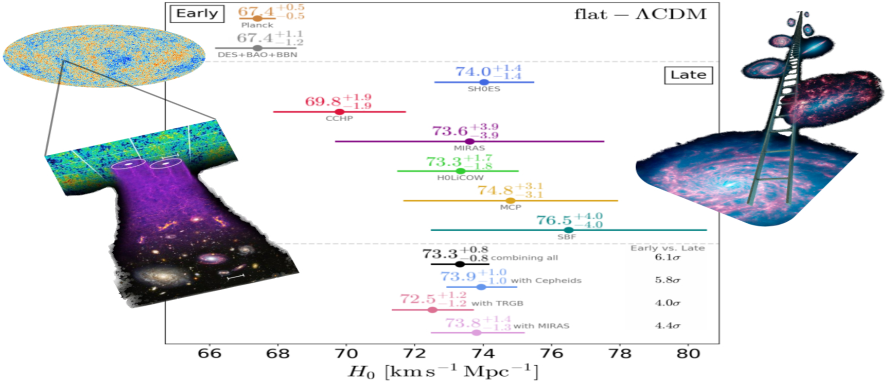
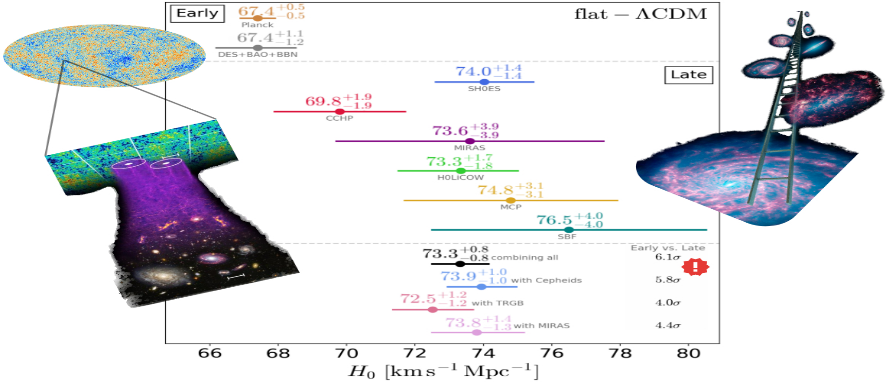


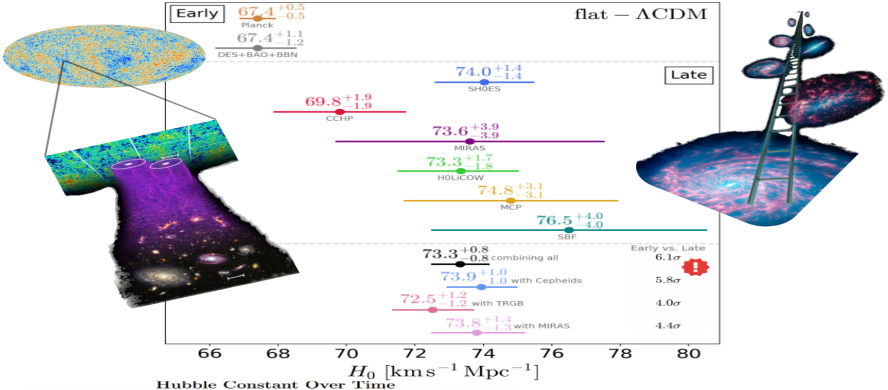
Figura 1: Credito: Adaptado de NASA/ LAMBDA Archive/ WMAP Science Team.

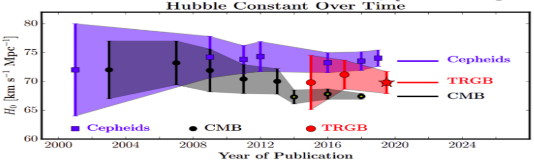

Early
67.4 +0.5 −0.5
Planck
67.4 +1.1 −1.2
DES+BAO+BBN
flat − ΛCDM
Late
74.0 +1.4 −1.4
SH0ES
69.8 +1.9 −1.9
CCHP
73.6 +3.9 −3.9
MIRAS
73.3 +1.7 −1.8
H0LiCOW
74.8 +3.1 −3.1
MCP
76.5 +4.0 −4.0
SBF
Early vs. Late
73.3 +0.8 −0.8 combining all
6.1σ
73.9 +1.0 −1.0 with Cepheids
5.8σ
72.5 +1.2 −1.2 with TRGB
4.0σ
73.8 +1.4 −1.3 with MIRAS
4.4σ
66 68 70 72 74 76 78 80
H0 [km s−1 Mpc−1]

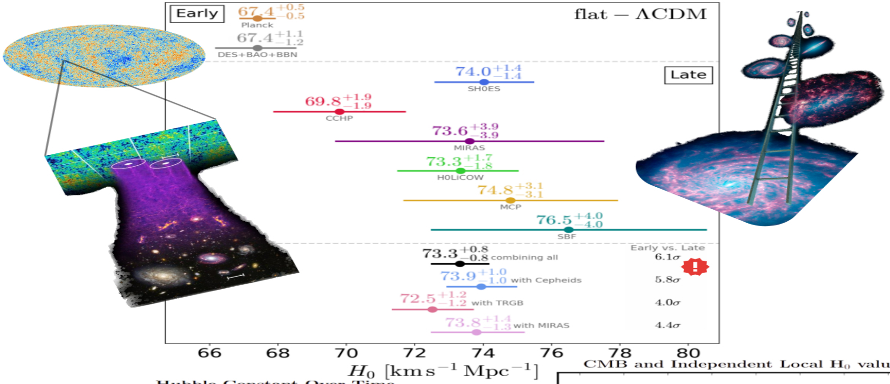

Early
67.4 +0.5 −0.5 Planck
67.4 +1.1 −1.2 DES+BAO+BBN
flat − ΛCDM
Late
74.0 +1.4 −1.4 SH0ES
69.8 +1.9 −1.9 CCHP
73.6 +3.9 −3.9 MIRAS
73.3 +1.7 −1.8 H0LiCOW
74.8 +3.1 −3.1 MCP
76.5 +4.0 −4.0 SBF
Early vs. Late
73.3 +0.8 −0.8 combining all 6.1σ
73.9 +1.0 −1.0 with Cepheids 5.8σ
72.5 +1.2 −1.2 with TRGB 4.0σ
73.8 +1.4 −1.3 with MIRAS 4.4σ
66 68 70 72 74 76 78 80
H_0 [km s^{-1} Mpc^{-1}]

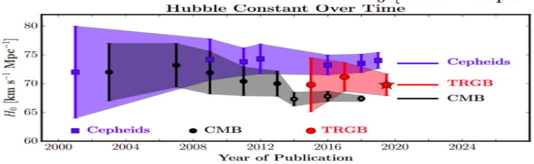

Early
flat − ΛCDM
$67.4^{+0.5}_{-0.5}$ Planck
$67.4^{+1.1}_{-1.2}$ DES+BAO+BBN
Late
$74.0^{+1.4}_{-1.4}$ SH0ES
$69.8^{+1.9}_{-1.9}$ CCHP
$73.6^{+3.9}_{-3.9}$ MIRAS
$73.3^{+1.7}_{-1.8}$ H0LiCOW
$74.8^{+3.1}_{-3.1}$ MCP
$76.5^{+4.0}_{-4.0}$ SBF
Early vs. Late
$73.3^{+0.8}_{-0.8}$ combining all 6.1σ
$73.9^{+1.0}_{-1.0}$ with Cepheids 5.8σ
$72.5^{+1.2}_{-1.2}$ with TRGB 4.0σ
$73.8^{+1.4}_{-1.3}$ with MIRAS 4.4σ
66 68 70 72 74 76 78 80
H_0 [km s^{-1} Mpc^{-1}]


Early
$67.4^{+0.5}_{-0.5}$ Planck
$67.4^{+1.1}_{-1.2}$ DES+BAO+BBN
flat − ΛCDM
Late
$74.0^{+1.4}_{-1.4}$ SH0ES
$69.8^{+1.9}_{-1.9}$ CCHP
$73.6^{+3.9}_{-3.9}$ MIRAS
$73.3^{+1.7}_{-1.8}$ H0LiCOW
$74.8^{+3.1}_{-3.1}$ MCP
$76.5^{+4.0}_{-4.0}$ SBF
Early vs. Late
$73.3^{+0.8}_{-0.8}$ combining all 6.1σ
$73.9^{+1.0}_{-1.0}$ with Cepheids 5.8σ
$72.5^{+1.2}_{-1.2}$ with TRGB 4.0σ
$73.8^{+1.4}_{-1.3}$ with MIRAS 4.4σ
66 68 70 72 74 76 78 80
$H_0\ [\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}]$


Early
67.4 +0.5 −0.5
Planck
67.4 +1.1 −1.2
DES+BAO+BBN
flat − ΛCDM
Late
74.0 +1.4 −1.4
SH0ES
69.8 +1.9 −1.9
CCHP
73.6 +3.9 −3.9
MIRAS
73.3 +1.7 −1.8
H0LiCOW
74.8 +3.1 −3.1
MCP
76.5 +4.0 −4.0
SBF
Early vs. Late
73.3 +0.8 −0.8 combining all
6.1σ
73.9 +1.0 −1.0 with Cepheids
5.8σ
72.5 +1.2 −1.2 with TRGB
4.0σ
73.8 +1.4 −1.3 with MIRAS
4.4σ
66 68 70 72 74 76 78 80
H_0 [km s^{-1} Mpc^{-1}]


Hubble Constant Over Time
H_0 [km s^{-1} Mpc^{-1}]
60 65 70 75 80
2000 2004 2008 2012 2016 2020 2024
Year of Publication
Cepheids
TRGB
CMB
Cepheids
CMB
TRGB





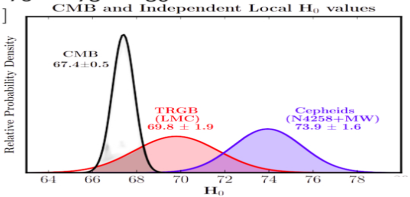
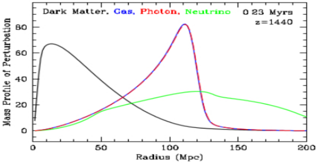


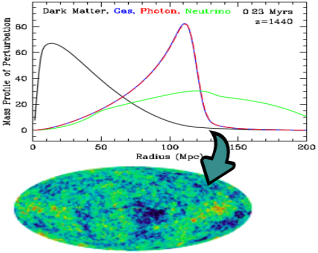
Figura 2: Credito: Adaptado de Verde, L., Treu, T., & Riess, A. G. (2019).

LSST

Large Synoptic Survey Telescope

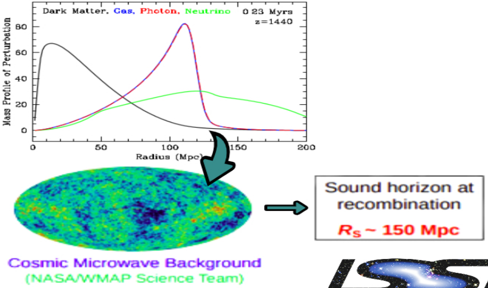


Large Synoptic Survey Telescope

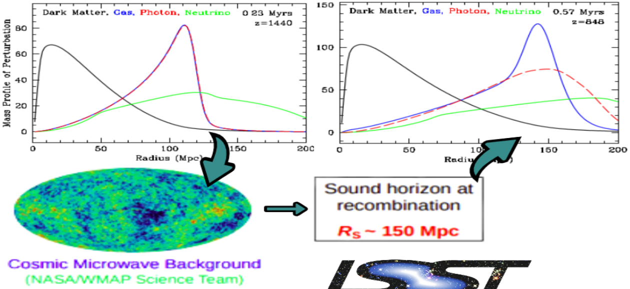


Cosmic Microwave Background
(NASA/WMAP Science Team)

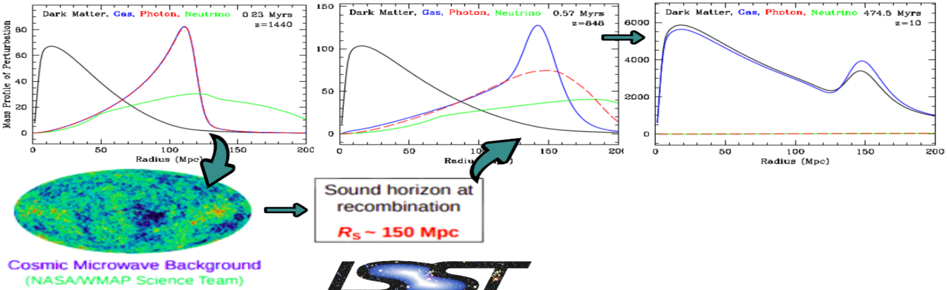
LSST
Large Synoptic Survey Telescope



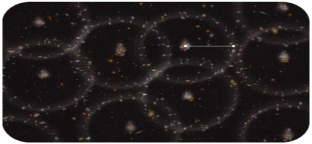
LSST
Large Synoptic Survey Telescope

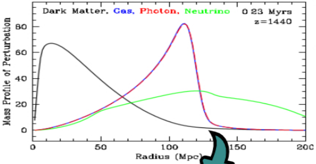


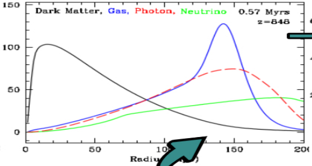
Large Synoptic Survey Telescope

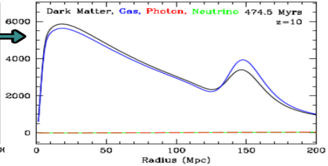


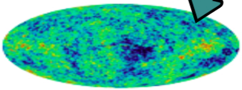
LSST
Large Synoptic Survey Telescope









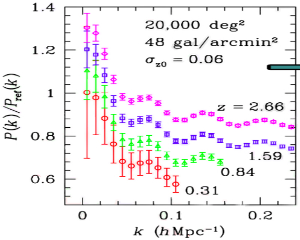


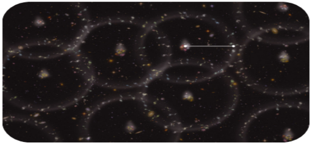
Cosmic Microwave Background
(NASA/WMAP Science Team)

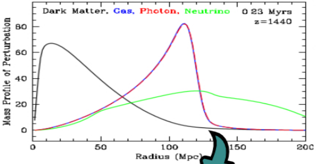
Sound horizon at recombination

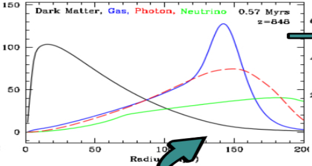
$R_S \sim 150$ Mpc

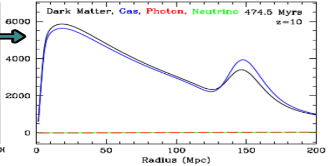
Large Synoptic Survey Telescope

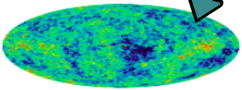










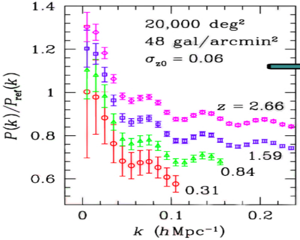


Cosmic Microwave Background
(NASA/WMAP Science Team)

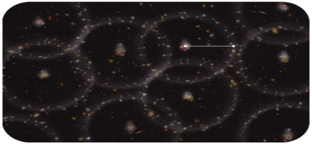
Sound horizon at recombination

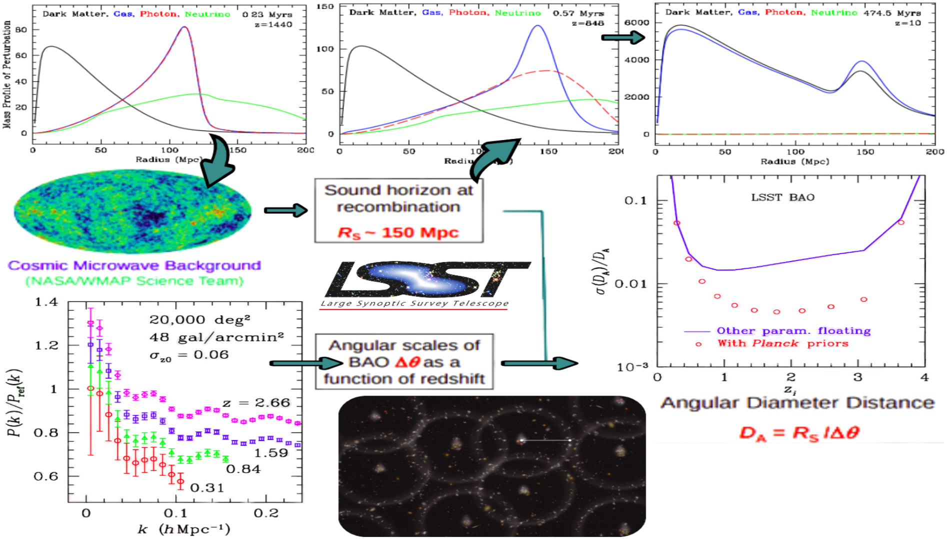
$R_s \sim 150$ Mpc

Large Synoptic Survey Telescope



Angular scales of BAO $\Delta\theta$ as a function of redshift




Dark Matter, Gas, Photon, Neutrino 0.23 Myrs z=1440
Mass Profile of Perturbation
Radius (Mpc)
Dark Matter, Gas, Photon, Neutrino 0.57 Myrs z=848
Dark Matter, Gas, Photon, Neutrino 474.5 Myrs z=10
Radius (Mpc)
Cosmic Microwave Background
(NASA/WMAP Science Team)
Sound horizon at recombination
$R_S \sim 150$ Mpc
Large Synoptic Survey Telescope
LSST BAO
$\sigma(D_A)/D_A$
Other param. floating
With Planck priors
z_i
20,000 deg²
48 gal/arcmin²
$\sigma_{z0} = 0.06$
$z = 2.66$
1.59
0.84
0.31
$P(k)/P_{ref}(k)$
k (hMpc^{-1})
Angular scales of BAO $\Delta\theta$ as a function of redshift
Angular Diameter Distance
$D_A = R_S / \Delta\theta$

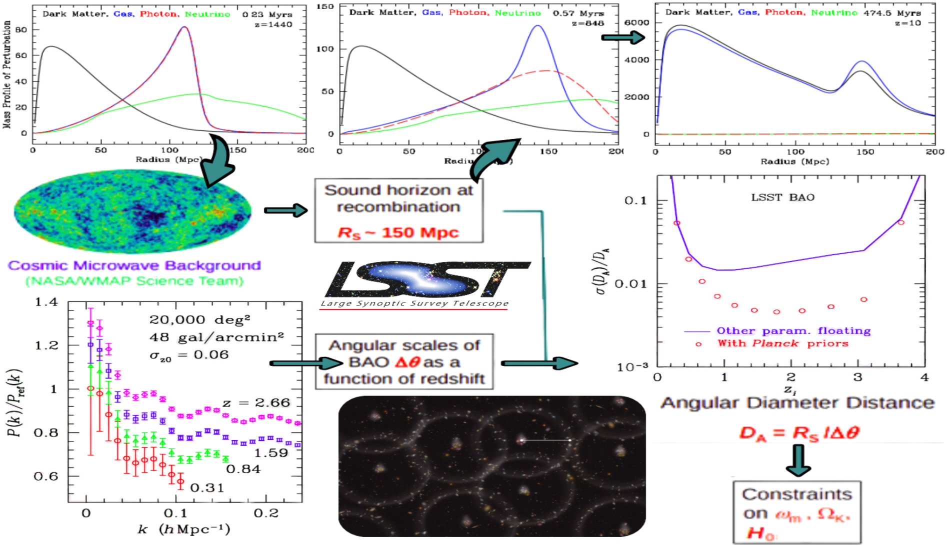


Figura 3: Credito: Adaptado de LSST at AAS 213/ H. Zhan/ 460.08

Procesos Gaussianos: método de reconstrucción no-paramétrico

Datos

$$D = \left\{(x_i, y_i) \mid i = 1, \ldots, n\right\} \tag{1}$$

Procesos Gaussianos: método de reconstrucción no-paramétrico

Datos

$$D = \left\{(x_i, y_i) \mid i = 1, \ldots, n\right\} \qquad f(x) \tag{1}$$

Función que describe los datos

Procesos Gaussianos: método de reconstrucción no-paramétrico

$$\underbrace{D = \left\{(x_i, y_i) \mid i = 1, \ldots, n\right\}}_{\text{Datos}} \qquad \underbrace{f(x)}_{\text{Función que describe los datos}} \qquad \underbrace{\boldsymbol{X} = \{x_i\}_{i=1}^{n}}_{\text{Inputs de entrenamiento}} \tag{1}$$

Procesos Gaussianos: método de reconstrucción no-paramétrico

$$\underbrace{D = \left\{(x_i, y_i) \mid i = 1, \ldots, n\right\}}_{\text{Datos}} \qquad \underbrace{f(x)}_{\text{Función que describe los datos}} \qquad \underbrace{\boldsymbol{X} = \left\{x_i\right\}_{i=1}^{n}}_{\text{Inputs de entrenamiento}} \quad \underbrace{\boldsymbol{X}^* = \left\{x_j^*\right\}_{j=1}^{n^*}}_{\text{Puntos donde se hará la reconstrucción}} \tag{1}$$

Procesos Gaussianos: método de reconstrucción no-paramétrico

Datos

Inputs de entrenamiento

$$D = \left\{(x_i, y_i) \mid i = 1, \dots, n\right\} \qquad f(x) \qquad X = \left\{x_i\right\}_{i=1}^{n} \qquad X^* = \left\{x_j^*\right\}_{j=1}^{n^*} \tag{1}$$

Puntos donde se hará la reconstrucción

Función que describe los datos

$$f(x) \sim \mathcal{GP}\Big(\mu(x), k(x, \widetilde{x})\Big) \tag{2}$$

Proceso Gaussiano

Procesos Gaussianos: método de reconstrucción no-paramétrico

Datos

$$\underbrace{D = \{(x_i, y_i) \mid i = 1, \ldots, n\}}_{\text{Datos}} \qquad \underbrace{f(x)}_{\text{Función que describe los datos}} \qquad \underbrace{X = \{x_i\}_{i=1}^{n}}_{\text{Inputs de entrenamiento}} \quad \underbrace{X^* = \{x_j^*\}_{j=1}^{n^*}}_{\text{Puntos donde se hará la reconstrucción}} \tag{1}$$

$$\underbrace{f(x) \sim \mathcal{GP}\big(\mu(x), k(x, \widetilde{x})\big)}_{\text{Proceso Gaussiano}} \longrightarrow \begin{aligned} \mu(x) &= \mathbb{E}[f(x)] \\ k(x, \widetilde{x}) &= \mathbb{E}[(f(x) - \mu(x))(f(\widetilde{x}) - \mu(\widetilde{x}))] \\ \mathrm{Var}(x) &= k(x, x). \end{aligned} \tag{2}$$

Procesos Gaussianos: método de reconstrucción no-paramétrico

$$\underbrace{D = \left\{(x_i, y_i) \mid i = 1, \dots, n\right\}}_{\text{Datos}} \qquad \underbrace{f(x)}_{\text{Función que describe los datos}} \qquad \underbrace{X = \left\{x_i\right\}_{i=1}^{n}}_{\text{Inputs de entrenamiento}} \qquad \underbrace{X^* = \left\{x_j^*\right\}_{j=1}^{n^*}}_{\text{Puntos donde se hará la reconstrucción}} \tag{1}$$

$$\underbrace{f(x) \sim \mathcal{GP}\big(\mu(x), k(x, \widetilde{x})\big)}_{\text{Proceso Gaussiano}} \longrightarrow \begin{aligned} \mu(x) &= \mathbb{E}[f(x)] \\ k(x, \widetilde{x}) &= \mathbb{E}[(f(x) - \mu(x))(f(\widetilde{x}) - \mu(\widetilde{x}))] \\ \mathrm{Var}(x) &= k(x, x). \end{aligned} \tag{2}$$

$$\underbrace{f^*}_{\text{Vector Gaussiano}} \sim \mathcal{N}\left(\mu^*, K(X^*, X^*)\right) \tag{3}$$

Procesos Gaussianos: método de reconstrucción no-paramétrico

Datos

$$D = \{(x_i, y_i) \mid i = 1, \ldots, n\} \qquad f(x) \qquad \boldsymbol{X} = \{x_i\}_{i=1}^{n} \qquad \boldsymbol{X}^* = \{x_j^*\}_{j=1}^{n^*} \tag{1}$$

Inputs de entrenamiento

Puntos donde se hará la reconstrucción

Función que describe los datos

$$f(x) \sim \mathcal{GP}\big(\mu(x), k(x, \tilde{x})\big) \longrightarrow \begin{aligned} \mu(x) &= \mathbb{E}[f(x)] \\ k(x, \tilde{x}) &= \mathbb{E}[(f(x) - \mu(x))(f(\tilde{x}) - \mu(\tilde{x}))] \\ \mathrm{Var}(x) &= k(x, x). \end{aligned} \tag{2}$$

Proceso Gaussiano

Función priori mean

$$\boldsymbol{f}^* \sim \mathcal{N}\big(\boldsymbol{\mu}^*, K(\boldsymbol{X}^*, \boldsymbol{X}^*)\big) \tag{3}$$

Matriz de covarianza

$$[K(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{X})]_{ij} = k(x_i, x_j)$$

Vector Gaussiano

Procesos Gaussianos: método de reconstrucción no-paramétrico

Datos

Inputs de entrenamiento

$$D = \left\{(x_i, y_i) \mid i = 1, \dots, n\right\} \qquad f(x) \qquad X = \{x_i\}_{i=1}^{n} \quad X^* = \{x_j^*\}_{j=1}^{n^*} \tag{1}$$

Puntos donde se hará la reconstrucción

Función que describe los datos

$$f(x) \sim \mathcal{GP}\big(\mu(x), k(x, \widetilde{x})\big) \longrightarrow \begin{aligned} \mu(x) &= \mathbb{E}[f(x)] \\ k(x, \widetilde{x}) &= \mathbb{E}[(f(x) - \mu(x))(f(\widetilde{x}) - \mu(\widetilde{x}))] \\ \mathrm{Var}(x) &= k(x, x). \end{aligned} \tag{2}$$

Proceso Gaussiano

Función priori mean

$$f^* \sim \mathcal{N}\big(\mu^*, K(X^*, X^*)\big) \qquad k(x, \widetilde{x}) = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{(x - \widetilde{x})^2}{2\ell^2}\right) \tag{3}$$

Matriz de covarianza

$$[K(X, X)]_{ij} = k(x_i, x_j)$$

Vector Gaussiano

Procesos Gaussianos: método de reconstrucción no-paramétrico

Datos

$$D = \left\{(x_i, y_i) \mid i = 1, \dots, n\right\} \qquad f(x) \qquad \boldsymbol{X} = \{x_i\}_{i=1}^{n} \quad \boldsymbol{X}^* = \{x_j^*\}_{j=1}^{n^*} \tag{1}$$

Inputs de entrenamiento

Puntos donde se hará la reconstrucción

Función que describe los datos

$$f(x) \sim \mathcal{GP}\big(\mu(x), k(x, \widetilde{x})\big) \longrightarrow \begin{aligned} \mu(x) &= \mathbb{E}[f(x)] \\ k(x, \widetilde{x}) &= \mathbb{E}[(f(x) - \mu(x))(f(\widetilde{x}) - \mu(\widetilde{x}))] \\ \mathrm{Var}(x) &= k(x, x). \end{aligned} \tag{2}$$

Proceso Gaussiano

Función priori mean

$$f^* \sim \mathcal{N}\left(\mu^*, K(\boldsymbol{X}^*, \boldsymbol{X}^*)\right) \qquad k(x, \widetilde{x}) = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{(x - \widetilde{x})^2}{2\ell^2}\right) \tag{3}$$

Matriz de covarianza

$$[K(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{X})]_{ij} = k(x_i, x_j)$$

Vector Gaussiano

Procesos Gaussianos: método de reconstrucción no-paramétrico

Datos

Inputs de entrenamiento

Puntos donde se hará la reconstrucción

$$D = \left\{(x_i, y_i) \mid i = 1, \ldots, n\right\} \qquad f(x) \qquad X = \{x_i\}_{i=1}^{n} \quad X^* = \{x_j^*\}_{j=1}^{n^*} \tag{1}$$

Función que describe los datos

$$f(x) \sim \mathcal{GP}\left(\mu(x), k(x, \tilde{x})\right) \longrightarrow \begin{aligned} \mu(x) &= \mathbb{E}[f(x)] \\ k(x, \tilde{x}) &= \mathbb{E}[(f(x) - \mu(x))(f(\tilde{x}) - \mu(\tilde{x}))] \\ \mathrm{Var}(x) &= k(x, x). \end{aligned} \tag{2}$$

Proceso Gaussiano

Función priori mean

Cambio en y

$$f^* \sim \mathcal{N}\left(\mu^*, K(X^*, X^*)\right) \qquad k(x, \tilde{x}) = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{(x - \tilde{x})^2}{2\ell^2}\right) \tag{3}$$

Vector Gaussiano

Matriz de covarianza

$$[K(X, X)]_{ij} = k(x_i, x_j)$$

Distancia en x para obtener un cambio significativo en y

Procesos Gaussianos: método de reconstrucción no-paramétrico

Datos

Inputs de entrenamiento

$$D = \{(x_i, y_i) \mid i = 1, \dots, n\} \qquad f(x) \qquad X = \{x_i\}_{i=1}^{n} \quad X^* = \{x_j^*\}_{j=1}^{n^*} \tag{1}$$

Puntos donde se hará la reconstrucción

Función que describe los datos

$$f(x) \sim \mathcal{GP}\big(\mu(x), k(x, \widetilde{x})\big) \longrightarrow \begin{aligned} \mu(x) &= \mathbb{E}[f(x)] \\ k(x, \widetilde{x}) &= \mathbb{E}[(f(x) - \mu(x))(f(\widetilde{x}) - \mu(\widetilde{x}))] \\ \mathrm{Var}(x) &= k(x, x). \end{aligned} \tag{2}$$

Proceso Gaussiano

Función priori mean

Cambio en y

$$f^* \sim \mathcal{N}\big(\mu^*, K(X^*, X^*)\big) \qquad [K(X, X)]_{ij} = k(x_i, x_j) \qquad k(x, \widetilde{x}) = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{(x - \widetilde{x})^2}{2\ell^2}\right) \tag{3}$$

Vector Gaussiano

Matriz de covarianza

Distancia en x para obtener un cambio significativo en y

Observaciones asumidas Gaussianas

$$y \sim \mathcal{N}(\mu, K(X, X) + C) \tag{4}$$

Procesos Gaussianos: método de reconstrucción no-paramétrico

Datos

$$D = \left\{(x_i, y_i) \mid i = 1, \ldots, n\right\}$$

Inputs de entrenamiento

Puntos donde se hará la reconstrucción

$$f(x) \qquad \boldsymbol{X} = \{x_i\}_{i=1}^{n} \qquad \boldsymbol{X}^* = \{x_j^*\}_{j=1}^{n^*} \tag{1}$$

Función que describe los datos

$$f(x) \sim \mathcal{GP}\big(\mu(x), k(x, \tilde{x})\big) \longrightarrow \begin{aligned} \mu(x) &= \mathbb{E}[f(x)] \\ k(x, \tilde{x}) &= \mathbb{E}[(f(x) - \mu(x))(f(\tilde{x}) - \mu(\tilde{x}))] \\ \mathrm{Var}(x) &= k(x, x). \end{aligned} \tag{2}$$

Proceso Gaussiano

Función priori mean

$$f^* \sim \mathcal{N}\left(\boldsymbol{\mu}^*, K(\boldsymbol{X}^*, \boldsymbol{X}^*)\right)$$

Vector Gaussiano

Matriz de covarianza

$$[K(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{X})]_{ij} = k(x_i, x_j)$$

Cambio en y

$$k(x, \tilde{x}) = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{(x - \tilde{x})^2}{2\ell^2}\right) \tag{3}$$

Distancia en x para obtener un cambio significativo en y

Observaciones asumidas Gaussianas

$$\boldsymbol{y} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, K(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{X}) + C) \tag{4}$$

Error Gaussiano

$$C = \mathrm{diag}(\sigma_i^2)$$

Procesos Gaussianos: método de reconstrucción no-paramétrico

Datos

$$D = \{(x_i, y_i) \mid i = 1, \dots, n\}$$

Inputs de entrenamiento

Puntos donde se hará la reconstrucción

$$f(x) \qquad \boldsymbol{X} = \{x_i\}_{i=1}^{n} \qquad \boldsymbol{X}^* = \{x_j^*\}_{j=1}^{n^*} \tag{1}$$

Función que describe los datos

$$f(x) \sim \mathcal{GP}\big(\mu(x), k(x, \tilde{x})\big) \longrightarrow \begin{aligned} \mu(x) &= \mathbb{E}[f(x)] \\ k(x,\tilde{x}) &= \mathbb{E}[(f(x)-\mu(x))(f(\tilde{x})-\mu(\tilde{x}))] \\ \mathrm{Var}(x) &= k(x,x). \end{aligned} \tag{2}$$

Proceso Gaussiano

Función priori mean

$$\boldsymbol{f}^* \sim \mathcal{N}\big(\boldsymbol{\mu}^*, K(\boldsymbol{X}^*, \boldsymbol{X}^*)\big)$$

Vector Gaussiano

Matriz de covarianza

$$[K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})]_{ij} = k(x_i, x_j)$$

Cambio en y

$$k(x,\tilde{x}) = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{(x-\tilde{x})^2}{2\ell^2}\right) \tag{3}$$

Distancia en x para obtener un cambio significativo en y

Observaciones asumidas Gaussianas

$$\boldsymbol{y} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}) + C)$$

Error Gaussiano

$$C = \mathrm{diag}(\sigma_i^2)$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{y} \\ \boldsymbol{f}^* \end{bmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\begin{bmatrix} \mu \\ \mu^* \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}) + C & K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}^*) \\ K(\boldsymbol{X}^*,\boldsymbol{X}) & K(\boldsymbol{X}^*,\boldsymbol{X}^*) \end{bmatrix}\right) \tag{4}$$

Distribución conjunta

Distribución de probabilidad conjunta

$$p(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{f}^*) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}\sqrt{\det(K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}) + C)}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})^T \ (K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}) + C)^{-1}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})\right] + \frac{1}{(2\pi)^{n^*/2}\sqrt{\det\left(\operatorname{cov}(\boldsymbol{f}^*)\right)}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{f}^* - \overline{\boldsymbol{f}^*}\right)^T \left[\operatorname{cov}(\boldsymbol{f}^*)\right]^{-1}\left(\boldsymbol{f}^* - \overline{\boldsymbol{f}^*}\right)\right] \quad (5)$$

Distribución de probabilidad conjunta

$$p(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{f}^*) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}\sqrt{\det(K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C)}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})^T \left(K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C\right)^{-1}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})\right] + \frac{1}{(2\pi)^{n^*/2}\sqrt{\det\left(\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*)\right)}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{f}^*-\overline{\boldsymbol{f}^*}\right)^T \left[\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*)\right]^{-1}\left(\boldsymbol{f}^*-\overline{\boldsymbol{f}^*}\right)\right] \tag{5}$$

$$\overline{\boldsymbol{f}^*} = \boldsymbol{\mu}^* + K(\boldsymbol{X}^*,\boldsymbol{X})[K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C]^{-1}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})$$

$$\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*) = K(\boldsymbol{X}^*,\boldsymbol{X}^*) - K(\boldsymbol{X}^*,\boldsymbol{X})[K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C]^{-1}K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}^*)$$

Distribución de probabilidad conjunta

$$p(\boldsymbol{y},\boldsymbol{f}^*) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}\sqrt{\det(K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C)}}\exp\left[-\frac{1}{2}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})^T\,(K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C)^{-1}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})\right] + \frac{1}{(2\pi)^{n^*/2}\sqrt{\det\left(\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*)\right)}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{f}^*-\overline{\boldsymbol{f}^*}\right)^T\left[\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*)\right]^{-1}\left(\boldsymbol{f}^*-\overline{\boldsymbol{f}^*}\right)\right] \tag{5}$$

$$\overline{\boldsymbol{f}^*} = \boldsymbol{\mu}^* + K(\boldsymbol{X}^*,\boldsymbol{X})[K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C]^{-1}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})$$

$$\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*) = K(\boldsymbol{X}^*,\boldsymbol{X}^*) - K(\boldsymbol{X}^*,\boldsymbol{X})[K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C]^{-1}K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}^*)$$

Distribución de probabilidad para y

$$p(\boldsymbol{y}) = \int p(\boldsymbol{y},\boldsymbol{f}^*)\,d\boldsymbol{f}^* \tag{6}$$

Distribución de probabilidad conjunta

$$p(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{f}^*) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}\sqrt{\det(K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C)}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})^T (K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C)^{-1}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})\right] + \frac{1}{(2\pi)^{n^*/2}\sqrt{\det(\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*))}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{f}^*-\overline{\boldsymbol{f}^*}\right)^T \left[\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*)\right]^{-1}\left(\boldsymbol{f}^*-\overline{\boldsymbol{f}^*}\right)\right] \tag{5}$$

$$\overline{\boldsymbol{f}^*} = \boldsymbol{\mu}^* + K(\boldsymbol{X}^*,\boldsymbol{X})[K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C]^{-1}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})$$

$$\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*) = K(\boldsymbol{X}^*,\boldsymbol{X}^*) - K(\boldsymbol{X}^*,\boldsymbol{X})[K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C]^{-1}K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}^*)$$

Distribución de probabilidad para y

$$p(\boldsymbol{y}) = \int p(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{f}^*)\, d\boldsymbol{f}^*$$

$$p(\boldsymbol{f}^* \mid \boldsymbol{y}) = \frac{p(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{f}^*)}{p(\boldsymbol{y})} = \mathcal{N}\left(\boldsymbol{f}^*,\ \mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*)\right) \tag{6}$$

Distribución de probabilidad condicional

$$\boldsymbol{f}^* \mid \boldsymbol{X}^*, \boldsymbol{X}, \boldsymbol{y} \sim \mathcal{N}\left(\overline{\boldsymbol{f}^*},\ \mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*)\right)$$

Distribución de probabilidad conjunta

$$p(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{f}^*) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}\sqrt{\det(K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C)}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})^T (K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C)^{-1}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})\right] + \frac{1}{(2\pi)^{n^*/2}\sqrt{\det(\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*))}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\boldsymbol{f}^*-\overline{\boldsymbol{f}^*})^T [\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*)]^{-1}(\boldsymbol{f}^*-\overline{\boldsymbol{f}^*})\right] \quad (5)$$

$$\overline{\boldsymbol{f}^*} = \boldsymbol{\mu}^* + K(\boldsymbol{X}^*,\boldsymbol{X})[K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C]^{-1}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})$$

$$\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*) = K(\boldsymbol{X}^*,\boldsymbol{X}^*) - K(\boldsymbol{X}^*,\boldsymbol{X})[K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C]^{-1}K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}^*)$$

Distribución de probabilidad para y

$$p(\boldsymbol{y}) = \int p(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{f}^*)\, d\boldsymbol{f}^*$$

$$p(\boldsymbol{f}^* \mid \boldsymbol{y}) = \frac{p(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{f}^*)}{p(\boldsymbol{y})} = \mathcal{N}(\boldsymbol{f}^*, \mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*)) \quad (6)$$

Distribución de probabilidad condicional

$$\boldsymbol{f}^* \mid \boldsymbol{X}^*, \boldsymbol{X}, \boldsymbol{y} \sim \mathcal{N}\left(\overline{\boldsymbol{f}^*}, \mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*)\right)$$

Probabilidad marginal

$$p(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{X}, \sigma_f, \ell) = \int p(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{f}, \boldsymbol{X})\, p(\boldsymbol{f} \mid \boldsymbol{X}, \sigma_f, \ell)\, d\boldsymbol{f} \quad (7)$$

$$\boldsymbol{f} \mid \boldsymbol{X}, \sigma_f, \ell \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}))$$

$$\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{f} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{f}, C)$$

Distribución de probabilidad conjunta

$$p(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{f}^*) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}\sqrt{\det(K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C)}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})^T (K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C)^{-1}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})\right] + \frac{1}{(2\pi)^{n^*/2}\sqrt{\det\left(\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*)\right)}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{f}^*-\overline{\boldsymbol{f}^*}\right)^T\left[\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*)\right]^{-1}\left(\boldsymbol{f}^*-\overline{\boldsymbol{f}^*}\right)\right] \tag{5}$$

$$\overline{\boldsymbol{f}^*} = \boldsymbol{\mu}^* + K(\boldsymbol{X}^*,\boldsymbol{X})[K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C]^{-1}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})$$

$$\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*) = K(\boldsymbol{X}^*,\boldsymbol{X}^*) - K(\boldsymbol{X}^*,\boldsymbol{X})[K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C]^{-1}K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}^*)$$

Distribución de probabilidad para y

$$p(\boldsymbol{y}) = \int p(\boldsymbol{y},\boldsymbol{f}^*)\,d\boldsymbol{f}^*$$

$$p(\boldsymbol{f}^* \mid \boldsymbol{y}) = \frac{p(\boldsymbol{y},\boldsymbol{f}^*)}{p(\boldsymbol{y})} = \mathcal{N}(\boldsymbol{f}^*, \mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*)) \tag{6}$$

Distribución de probabilidad condicional

$$\boldsymbol{f}^* \mid \boldsymbol{X}^*, \boldsymbol{X}, \boldsymbol{y} \sim \mathcal{N}\left(\overline{\boldsymbol{f}^*}, \mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*)\right)$$

Probabilidad marginal

$$p(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{X}, \sigma_f, \ell) = \int p(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{f}, \boldsymbol{X}) p(\boldsymbol{f} \mid \boldsymbol{X}, \sigma_f, \ell)\,d\boldsymbol{f} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{f} \mid \boldsymbol{X}, \sigma_f, \ell \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}))$$

$$\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{f} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{f}, C)$$

$$\boxed{\begin{aligned} \ln\mathcal{L} &= \ln p(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{X}, \sigma_f, \ell) \\ &= -\frac{1}{2}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})^T[K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C]^{-1}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu}) - \frac{1}{2}\ln|K(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})+C| - \frac{n}{2}\ln 2\pi \end{aligned}} \tag{8}$$

Covarianza entre f(x) y su derivada

$$\operatorname{cov}\left(f_i, \frac{\partial f_j}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial k(x_i, x_j)}{\partial x_j} \tag{10}$$

Covarianza entre f(x) y su derivada

$$\mathbf{cov}\left(f_i, \frac{\partial f_j}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial k(x_i, x_j)}{\partial x_j} \qquad \mathrm{cov}\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_i}, \frac{\partial f_j}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial^2 k(x_i, x_j)}{\partial x_i \partial x_j} \tag{10}$$

Covarianza entre derivadas

Covarianza entre f(x) y su derivada

$$\mathbf{cov}\left(f_i, \frac{\partial f_j}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial k(x_i, x_j)}{\partial x_j} \qquad \mathbf{cov}\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_i}, \frac{\partial f_j}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial^2 k(x_i, x_j)}{\partial x_i \partial x_j} \tag{10}$$

Covarianza entre derivadas

$$f(x) \sim \mathcal{GP}\Big(\mu(x), k(x, \widetilde{x})\Big) \tag{11}$$

Covarianza entre f(x) y su derivada

$$\mathrm{cov}\left(f_i, \frac{\partial f_j}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial k(x_i, x_j)}{\partial x_j} \qquad \mathrm{cov}\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_i}, \frac{\partial f_j}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial^2 k(x_i, x_j)}{\partial x_i \partial x_j} \tag{10}$$

Covarianza entre derivadas

$$f(x) \sim \mathcal{GP}\left(\mu(x), k(x, \widetilde{x})\right) \qquad f'(x) \sim \mathcal{GP}\left(\mu'(x), \frac{\partial^2 k(x, \widetilde{x})}{\partial x \partial \widetilde{x}}\right) \tag{11}$$

También es un Proceso Gaussiano

Covarianza entre f(x) y su derivada

$$\mathrm{cov}\left(f_i, \frac{\partial f_j}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial k(x_i, x_j)}{\partial x_j} \qquad \mathrm{cov}\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_i}, \frac{\partial f_j}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial^2 k(x_i, x_j)}{\partial x_i \partial x_j} \tag{10}$$

Covarianza entre derivadas

$$f(x) \sim \mathcal{GP}\left(\mu(x), k(x, \widetilde{x})\right) \qquad f'(x) \sim \mathcal{GP}\left(\mu'(x), \frac{\partial^2 k(x, \widetilde{x})}{\partial x \partial \widetilde{x}}\right) \tag{11}$$

También es un Proceso Gaussiano

$$f^{*'} \mid X^*, X, y \sim \mathcal{N}\left(\overline{f^{*'}},\ \mathrm{cov}(f^{*'})\right) \tag{12}$$

Distribución de probabilidad condicional

Covarianza entre f(x) y su derivada

$$\operatorname{cov}\left(f_i, \frac{\partial f_j}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial k(x_i, x_j)}{\partial x_j} \qquad \operatorname{cov}\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_i}, \frac{\partial f_j}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial^2 k(x_i, x_j)}{\partial x_i \partial x_j} \tag{10}$$

Covarianza entre derivadas

$$f(x) \sim \mathcal{GP}\Big(\mu(x), k(x, \widetilde{x})\Big) \qquad f'(x) \sim \mathcal{GP}\left(\mu'(x), \frac{\partial^2 k(x, \widetilde{x})}{\partial x \partial \widetilde{x}}\right) \tag{11}$$

También es un Proceso Gaussiano

$$f^{*'} \mid X^*, X, y \sim \mathcal{N}\left(\overline{f^{*'}}, \operatorname{cov}(f^{*'})\right) \tag{12}$$

Distribución de probabilidad condicional

$$\operatorname{cov}\left(f^{*'}\right) = K''\left(X^*, X^*\right) - K'\left(X^*, X\right)\left[K(X, X) + C\right]^{-1} K'\left(X, X^*\right)$$

Covarianza entre f(x) y su derivada

$$\operatorname{cov}\left(f_i, \frac{\partial f_j}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial k(x_i, x_j)}{\partial x_j} \qquad \operatorname{cov}\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_i}, \frac{\partial f_j}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial^2 k(x_i, x_j)}{\partial x_i \partial x_j} \tag{10}$$

Covarianza entre derivadas

$$f(x) \sim \mathcal{GP}\big(\mu(x), k(x, \widetilde{x})\big) \qquad f'(x) \sim \mathcal{GP}\left(\mu'(x), \frac{\partial^2 k(x, \widetilde{x})}{\partial x \partial \widetilde{x}}\right) \tag{11}$$

También es un Proceso Gaussiano

$$\overline{f^{*'}} = \mu^{*'} + K'(X^*, X)[K(X, X) + C]^{-1}(y - \mu)$$

$$f^{*'} \mid X^*, X, y \sim \mathcal{N}\left(\overline{f^{*'}}, \operatorname{cov}(f^{*'})\right) \tag{12}$$

$$\operatorname{cov}(f^{*'}) = K''(X^*, X^*) - K'(X^*, X)[K(X, X) + C]^{-1} K'(X, X^*)$$

Distribución de probabilidad condicional

Propuesta

- Aplicar el método de reconstrucción no-paramétrico conocido cómo **Procesos Gaussianos**[1] a los datos simulados de errores para la distancia co-movil $\ln(\sigma_{D(z)}/D(z))$ a partir de señales BAO medidas por el LSST [Zhan[2] [3]], y realizar una estimación de la futura medida de H_0.

$$D(z) = c\int_0^z H(z')^{-1}dz'$$

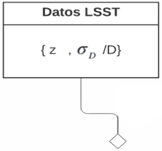
[1] Seikel, M., Clarkson, C., Smith, M. (2012). Reconstruction of dark energy and expansion dynamics using Gaussian processes. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2012(06), 036.

[2] Zhan, H., Knox, L., Tyson, J. A. (2008). Distance, growth factor, and dark energy constraints from photometric baryon acoustic oscillation and weak lensing measurements. The Astrophysical Journal, 690(1), 923.

[3] Zhan, H., Knox, L. (2006). Baryon oscillations and consistency tests for photometrically determined redshifts of very faint galaxies. The Astrophysical Journal, 644(2), 663.

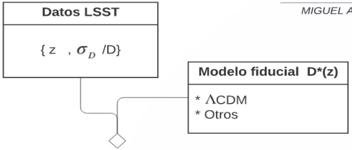
Analysis GP

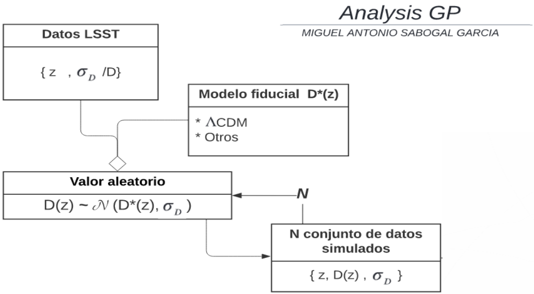
MIGUEL ANTONIO SABOGAL GARCIA

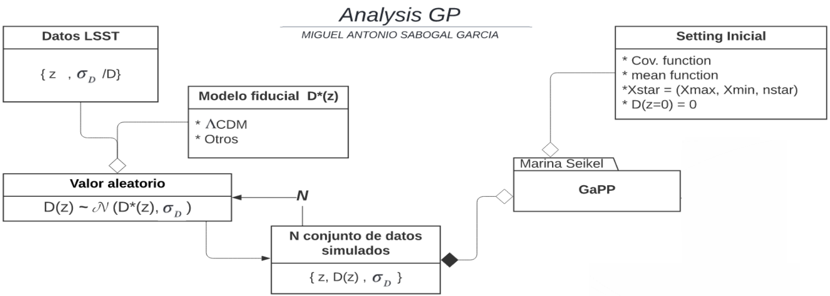


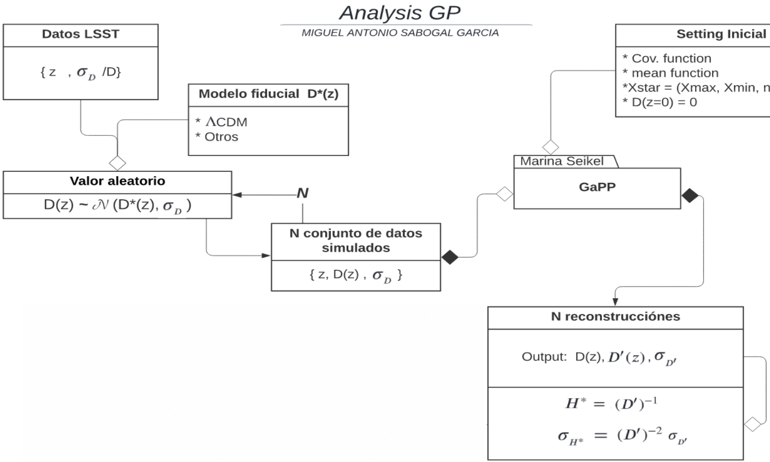
Analysis GP

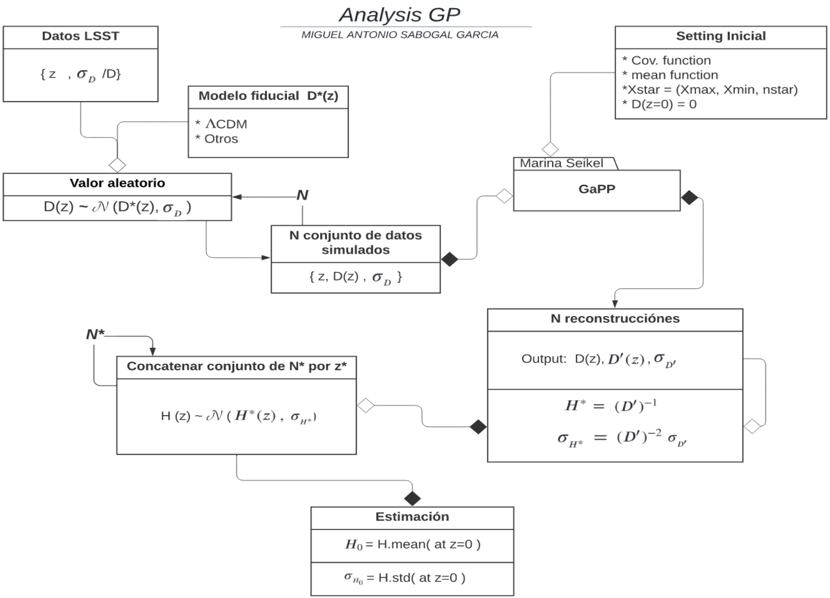
MIGUEL ANTONIO SABOGAL GARCIA




Analysis GP
MIGUEL ANTONIO SABOGAL GARCIA
Datos LSST
{ z , σ_D /D}
Modelo fiducial D*(z)
* ΛCDM
* Otros
Valor aleatorio
D(z) ~ $\mathcal{N}$ (D*(z), σ_D)
N
N conjunto de datos simulados
{ z, D(z) , σ_D }


Analysis GP
MIGUEL ANTONIO SABOGAL GARCIA
Datos LSST
{ z , σ_D /D}
Modelo fiducial D*(z)
* ΛCDM
* Otros
Setting Inicial
* Cov. function
* mean function
*Xstar = (Xmax, Xmin, nstar)
* D(z=0) = 0
Marina Seikel
GaPP
Valor aleatorio
D(z) ~ $\mathcal{N}$ (D*(z), σ_D)
N
N conjunto de datos simulados
{ z, D(z) , σ_D }


Analysis GP
MIGUEL ANTONIO SABOGAL GARCIA
Datos LSST
{ z , σ_D /D}
Modelo fiducial D*(z)
* ΛCDM
* Otros
Setting Inicial
* Cov. function
* mean function
*Xstar = (Xmax, Xmin, nstar)
* D(z=0) = 0
Marina Seikel
GaPP
Valor aleatorio
D(z) ~ $\mathcal{N}$ (D*(z), σ_D)
N
N conjunto de datos simulados
{ z, D(z) , σ_D }
N reconstrucciónes
Output: D(z), $D'(z)$, $\sigma_{D'}$
$H^* = (D')^{-1}$
$\sigma_{H^*} = (D')^{-2}\,\sigma_{D'}$


Analysis GP
MIGUEL ANTONIO SABOGAL GARCIA
Datos LSST
{z , σ_D /D}
Modelo fiducial D*(z)
* ΛCDM
* Otros
Setting Inicial
* Cov. function
* mean function
*Xstar = (Xmax, Xmin, nstar)
* D(z=0) = 0
Marina Seikel
GaPP
Valor aleatorio
D(z) ~ $\mathcal{N}$ (D*(z), σ_D)
N
N conjunto de datos simulados
{ z, D(z) , σ_D }
N reconstrucciónes
Output: D(z), $D'(z)$, $\sigma_{D'}$
$H^* = (D')^{-1}$
$\sigma_{H^*} = (D')^{-2}\,\sigma_{D'}$
N*
Concatenar conjunto de N* por z*
H (z) ~ $\mathcal{N}$ ($H^*(z)$, σ_{H^*})
Estimación
H_0 = H.mean(at z=0)
σ_{H_0} = H.std(at z=0)

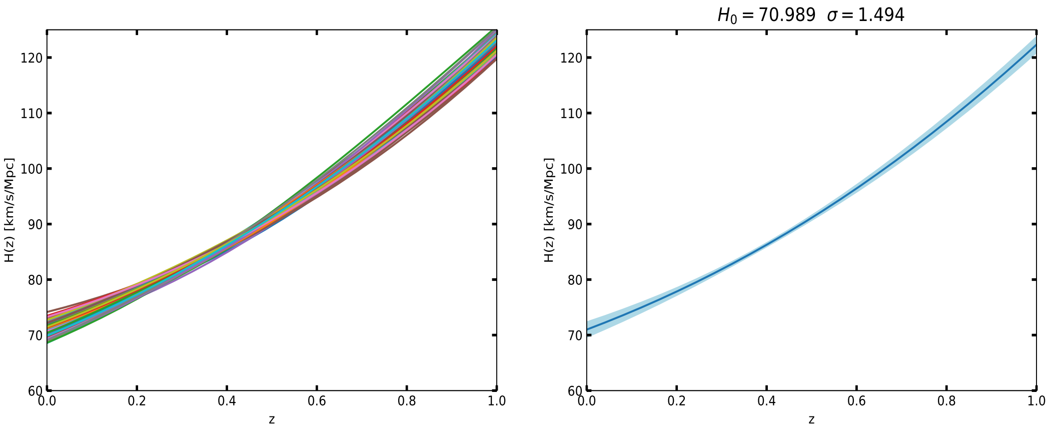
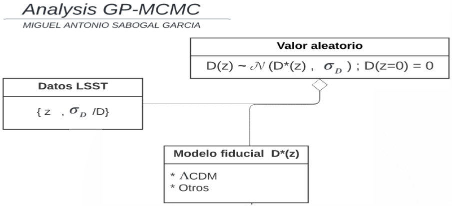


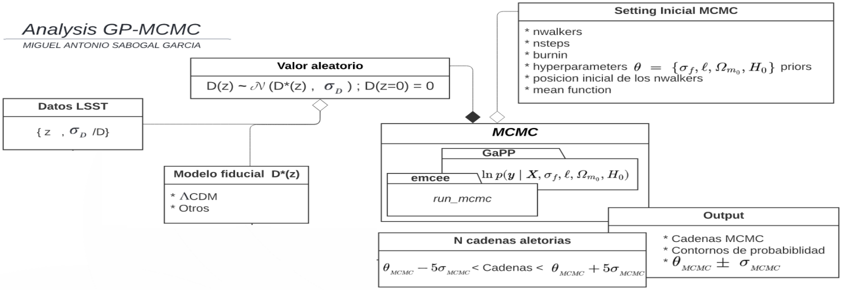
Figura 4: Por optimización: (Izq) N reconstrucciones de H(z) a partir de los datos simulados[1 2], (Dch) Estimación de los valores de H(z) (línea solida azul) y su incertidumbre (región azul claro), en universo simulado con $\Omega_{m_0} = 0.3$ y $H_0 = 70.0$

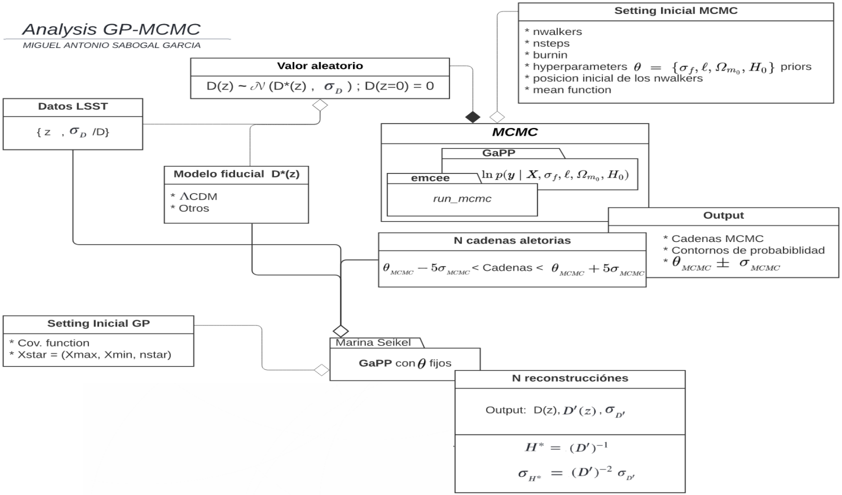
Analysis GP-MCMC

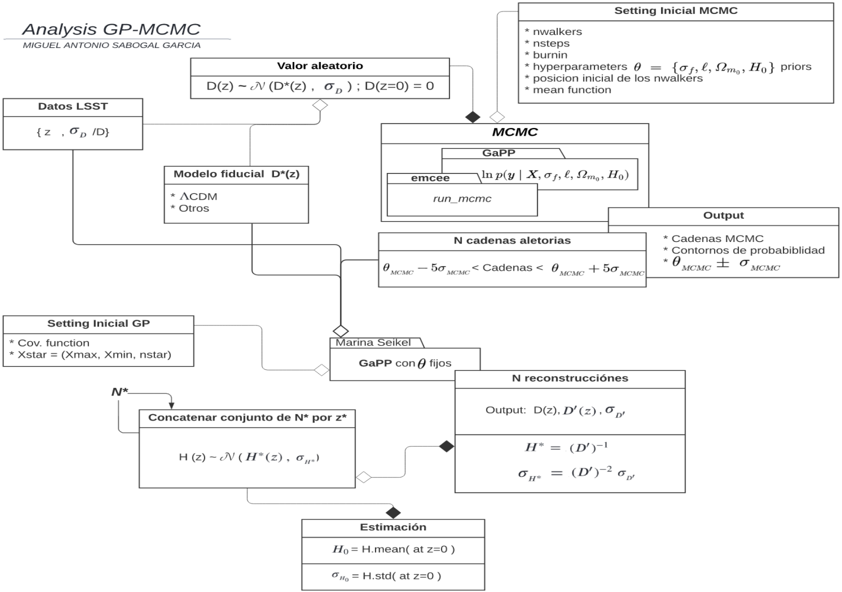
MIGUEL ANTONIO SABOGAL GARCIA

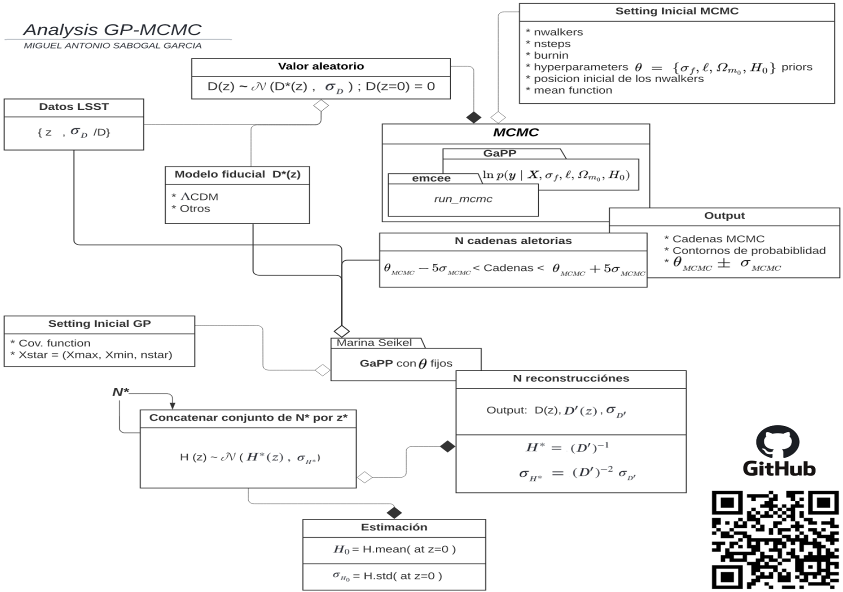
Datos LSST
$\{z\ ,\ \sigma_D\ /D\}$


Analysis GP-MCMC
MIGUEL ANTONIO SABOGAL GARCIA
Valor aleatorio
$D(z) \sim \mathcal{N}(D^*(z), \sigma_D)$; $D(z=0) = 0$
Datos LSST
$\{z, \sigma_D/D\}$
Modelo fiducial D*(z)
* ΛCDM
* Otros


Analysis GP-MCMC
MIGUEL ANTONIO SABOGAL GARCIA
Valor aleatorio
D(z) ~ $\mathcal{N}$ (D*(z) , σ_D) ; D(z=0) = 0
Datos LSST
{ z , σ_D /D}
Modelo fiducial D*(z)
* ΛCDM
* Otros
Setting Inicial MCMC
* nwalkers
* nsteps
* burnin
* hyperparameters $\theta = \{\sigma_f, \ell, \Omega_{m_0}, H_0\}$ priors
* posicion inicial de los nwalkers
* mean function
MCMC
GaPP
$\ln p(y \mid X, \sigma_f, \ell, \Omega_{m_0}, H_0)$
emcee
run_mcmc
Output
* Cadenas MCMC
* Contornos de probabiblidad
* $\theta_{MCMC} \pm \sigma_{MCMC}$
N cadenas aletorias
$\theta_{MCMC} - 5\sigma_{MCMC}$ < Cadenas < $\theta_{MCMC} + 5\sigma_{MCMC}$


Analysis GP-MCMC
MIGUEL ANTONIO SABOGAL GARCIA
Valor aleatorio
D(z) ~ $\mathcal{N}$ (D*(z) , σ_D) ; D(z=0) = 0
Setting Inicial MCMC
* nwalkers
* nsteps
* burnin
* hyperparameters $\theta = \{\sigma_f, \ell, \Omega_{m_0}, H_0\}$ priors
* posicion inicial de los nwalkers
* mean function
Datos LSST
{ z , σ_D /D}
MCMC
GaPP
$\ln p(y \mid X, \sigma_f, \ell, \Omega_{m_0}, H_0)$
emcee
run_mcmc
Modelo fiducial D*(z)
* ΛCDM
* Otros
Output
* Cadenas MCMC
* Contornos de probabiblidad
* $\theta_{MCMC} \pm \sigma_{MCMC}$
N cadenas aletorias
$\theta_{MCMC} - 5\sigma_{MCMC}$ < Cadenas < $\theta_{MCMC} + 5\sigma_{MCMC}$
Setting Inicial GP
* Cov. function
* Xstar = (Xmax, Xmin, nstar)
Marina Seikel
GaPP con θ fijos
N reconstrucciónes
Output: D(z), $D'(z)$, $\sigma_{D'}$
$H^* = (D')^{-1}$
$\sigma_{H^*} = (D')^{-2}\,\sigma_{D'}$


Analysis GP-MCMC
MIGUEL ANTONIO SABOGAL GARCIA
Setting Inicial MCMC
* nwalkers
* nsteps
* burnin
* hyperparameters $\theta = \{\sigma_f, \ell, \Omega_{m_0}, H_0\}$ priors
* posicion inicial de los nwalkers
* mean function
Valor aleatorio
D(z) ~ $\mathcal{N}$ (D*(z) , σ_D) ; D(z=0) = 0
Datos LSST
{ z , σ_D /D}
MCMC
GaPP
$\ln p(y \mid X, \sigma_f, \ell, \Omega_{m_0}, H_0)$
emcee
run_mcmc
Modelo fiducial D*(z)
* ΛCDM
* Otros
Output
* Cadenas MCMC
* Contornos de probabiblidad
* $\theta_{MCMC} \pm \sigma_{MCMC}$
N cadenas aletorias
$\theta_{MCMC} - 5\sigma_{MCMC}$ < Cadenas < $\theta_{MCMC} + 5\sigma_{MCMC}$
Setting Inicial GP
* Cov. function
* Xstar = (Xmax, Xmin, nstar)
Marina Seikel
GaPP con θ fijos
N reconstrucciónes
Output: D(z), $D'(z)$, $\sigma_{D'}$
$H^* = (D')^{-1}$
$\sigma_{H^*} = (D')^{-2}\, \sigma_{D'}$
N*
Concatenar conjunto de N* por z*
H (z) ~ $\mathcal{N}$ ($H^*(z)$, σ_{H^*})
Estimación
H_0 = H.mean(at z=0)
σ_{H_0} = H.std(at z=0)


Analysis GP-MCMC
MIGUEL ANTONIO SABOGAL GARCIA
Setting Inicial MCMC
* nwalkers
* nsteps
* burnin
* hyperparameters $\theta = \{\sigma_f, \ell, \Omega_{m_0}, H_0\}$ priors
* posicion inicial de los nwalkers
* mean function
Valor aleatorio
D(z) ~ $\mathcal{N}$ (D*(z) , σ_D) ; D(z=0) = 0
Datos LSST
{ z , σ_D /D}
MCMC
GaPP
$\ln p(y \mid X, \sigma_f, \ell, \Omega_{m_0}, H_0)$
emcee
run_mcmc
Modelo fiducial D*(z)
* ΛCDM
* Otros
Output
* Cadenas MCMC
* Contornos de probabiblidad
* $\theta_{MCMC} \pm \sigma_{MCMC}$
N cadenas aletorias
$\theta_{MCMC} - 5\sigma_{MCMC}$ < Cadenas < $\theta_{MCMC} + 5\sigma_{MCMC}$
Setting Inicial GP
* Cov. function
* Xstar = (Xmax, Xmin, nstar)
Marina Seikel
GaPP con θ fijos
N reconstrucciónes
Output: D(z), $D'(z)$, $\sigma_{D'}$
$H^* = (D')^{-1}$
$\sigma_{H^*} = (D')^{-2}\,\sigma_{D'}$
N*
Concatenar conjunto de N* por z*
H (z) ~ $\mathcal{N}$ ($H^*(z)$, σ_{H^*})
Estimación
H_0 = H.mean(at z=0)
σ_{H_0} = H.std(at z=0)
GitHub

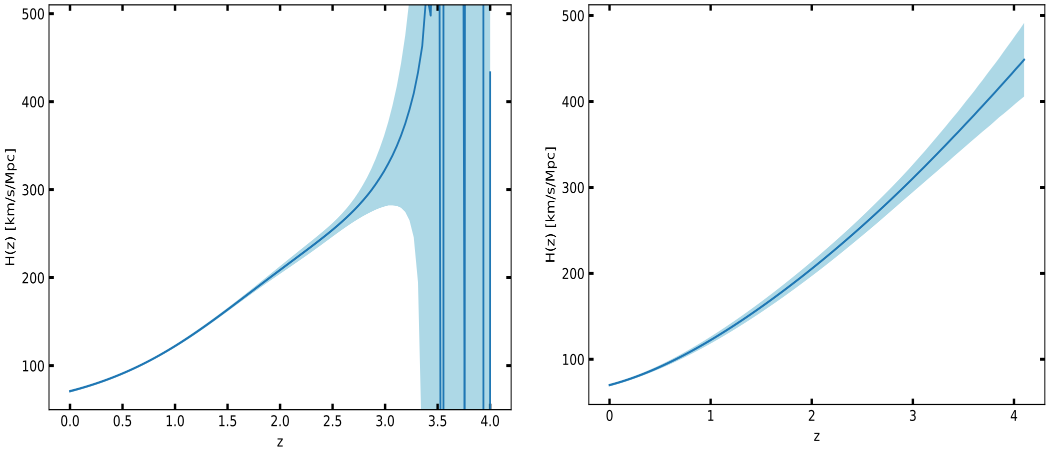


Figura 5: Comparación de la reconstrucción de los valores de H(z) (Línea solida azul) y su incertidumbre (región azul claro) por el método de Optimización (Izq) y Marginalización (Dch), en universo simulado con $\Omega_{m_0} = 0.3$ y $H_0 = 70.0$

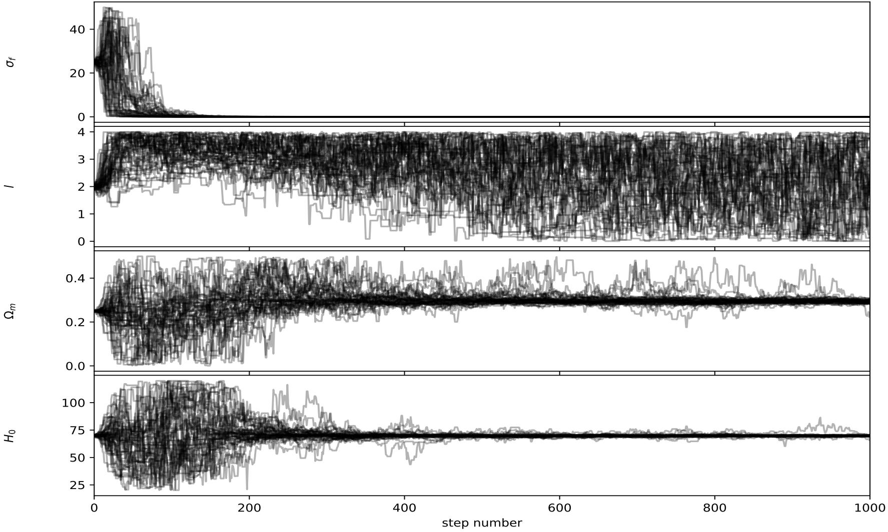


Figura 6: Cadenas MCMC para los hiperparámetros, en universo con $\Omega_{m_0} = 0.3$ y $H_0 = 70.0$

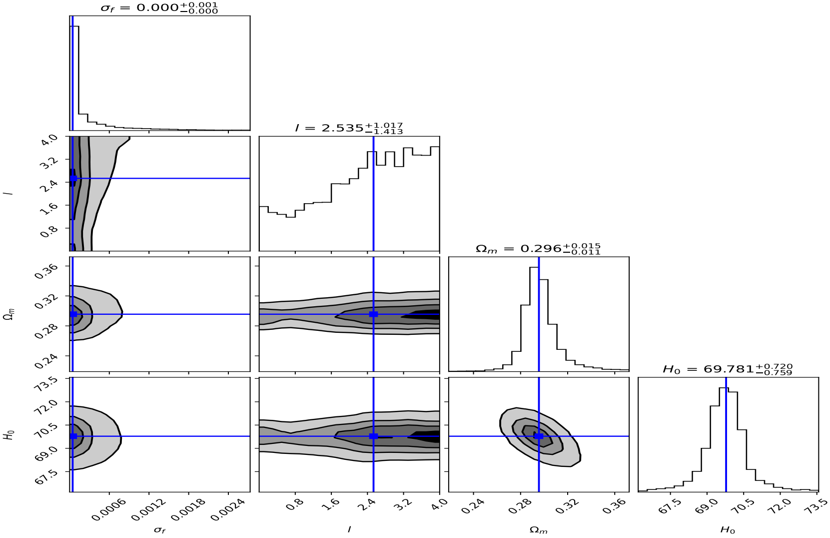


Figura 7: Contornos de Prob. de los hiperparámetros, en universo con $\Omega_{m_0} = 0.3$ y $H_0 = 70.0$

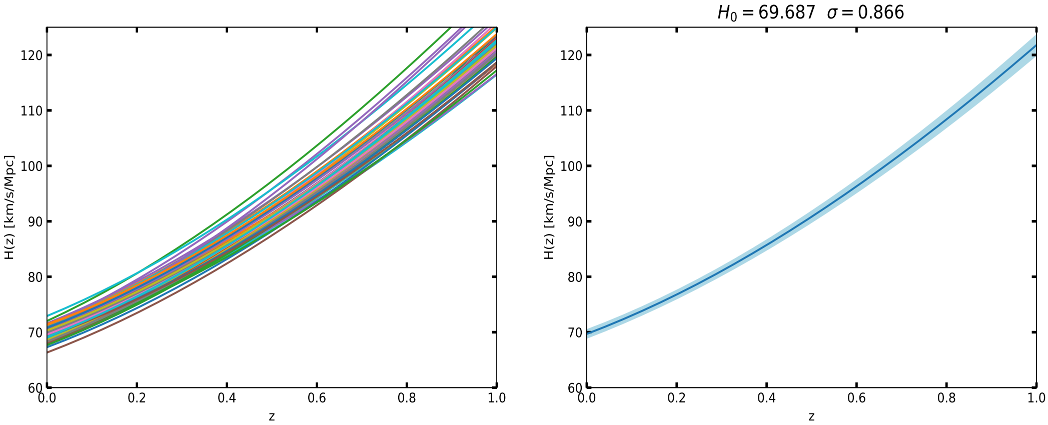


Figura 8: Por marginalización: (Izq) N reconstrucciones de H(z) a partir de los datos simulados[1 2], (Dch) Estimación de los valores de H(z) (línea solida azul) y su incertidumbre (región azul claro), en universo simulado con $\Omega_{m_0} = 0.3$ y $H_0 = 70.0$

Conclusiones

Conclusiones

MCMC mejor que GP

Las reconstrucciones con los hiperparámetros optimizados tienen niveles de confianza más amplios en H_0 que los obtenidos con MCMC.

Conclusiones

MCMC mejor que GP

Las reconstrucciones con los hiperparámetros optimizados tienen niveles de confianza más amplios en H_0 que los obtenidos con MCMC.

¿Por qué?

El enfoque de **optimización superestima** significativamente los **errores** al no incluir otras combinaciones que todavía dan un buen ajuste a los datos, que sin embargo, si están incluidas en el enfoque de marginalización.

Conclusiones

Mayor error para Z grandes

Al reconstruir la derivada con el método de optimización se tendrán grandes barras de error a mayores valores de z, sin embargo, con el enfoque de marginalización se repara este problema.

MCMC mejor que GP

Las reconstrucciones con los hiperparámetros optimizados tienen niveles de confianza más amplios en H_0 que los obtenidos con MCMC.

¿Por qué?

El enfoque de **optimización superestima** significativamente los **errores** al no incluir otras combinaciones que todavía dan un buen ajuste a los datos, que sin embargo, si están incluidas en el enfoque de marginalización.

Conclusiones

ℓ indefinido

No se encuentra preferencia por ℓ en $\ln \mathcal{L}$ con ΛCDM como función media.

Mayor error para Z grandes

Al reconstruir la derivada con el método de optimización se tendrán grandes barras de error a mayores valores de z, sin embargo, con el enfoque de marginalización se repara este problema.

MCMC mejor que GP

Las reconstrucciones con los hiperparámetros optimizados tienen niveles de confianza más amplios en H_0 que los obtenidos con MCMC.

¿Por qué?

El enfoque de **optimización superestima** significativamente los **errores** al no incluir otras combinaciones que todavía dan un buen ajuste a los datos, que sin embargo, si están incluidas en el enfoque de marginalización.

Conclusiones

ℓ indefinido

No se encuentra preferencia por ℓ en $\ln \mathcal{L}$ con ΛCDM como función media.

σ_f pequeño

Dado que la función media (ΛCDM) de entrada es una descripción "buena" de la datos, GP no encuentra ninguna preferencia por las desviaciones, y $\ln \mathcal{L}$ alcanza su punto máximo en valores pequeños de σ_f.

Mayor error para Z grandes

Al reconstruir la derivada con el método de optimización se tendrán grandes barras de error a mayores valores de z, sin embargo, con el enfoque de marginalización se repara este problema.

MCMC mejor que GP

Las reconstrucciones con los hiperparámetros optimizados tienen niveles de confianza más amplios en H_0 que los obtenidos con MCMC.

¿Por qué?

El enfoque de **optimización superestima** significativamente los **errores** al no incluir otras combinaciones que todavía dan un buen ajuste a los datos, que sin embargo, si están incluidas en el enfoque de marginalización.

Conclusiones

ℓ indefinido

No se encuentra preferencia por ℓ en $\ln \mathcal{L}$ con ΛCDM como función media.

σ_f pequeño

Dado que la función media (ΛCDM) de entrada es una descripción "buena" de la datos, GP no encuentra ninguna preferencia por las desviaciones, y $\ln \mathcal{L}$ alcanza su punto máximo en valores pequeños de σ_f.

Mayor error para Z grandes

Al reconstruir la derivada con el método de optimización se tendrán grandes barras de error a mayores valores de z, sin embargo, con el enfoque de marginalización se repara este problema.

MCMC mejor que GP

Las reconstrucciones con los hiperparámetros optimizados tienen niveles de confianza más amplios en H_0 que los obtenidos con MCMC.

¿Por qué?

El enfoque de **optimización superestima** significativamente los **errores** al no incluir otras combinaciones que todavía dan un buen ajuste a los datos, que sin embargo, si están incluidas en el enfoque de marginalización.

Estimación futura de H_0

A partir de los datos simulados del LSST para la distancia de diámetro angular, se estima que la incertidumbre de H_0 en una futura medición de **BAO** por el LSST tendría un valor de $\sigma \sim 0.8$, permitiendo diferenciar entre los valores de la tensión actual hasta en 5σ de confianza.

!Muchas Gracias!

Anexos

Modelo estándar de la cosmología ΛCDM:

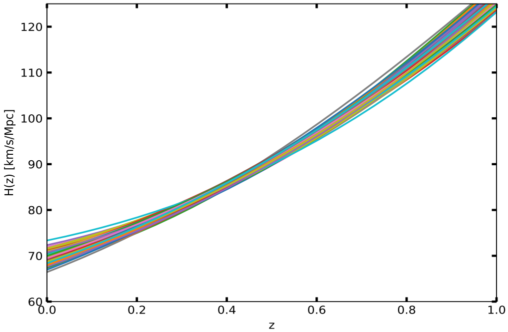
$$H^2(z) = H_0^2 \left[\Omega_{m_0}(1+z)^3 + \Omega_{r_0}(1+z)^4 + \Omega_{\Lambda_0}\right]$$

Modelo $wCDM$:

$$H^2(z) = H_0^2 \left[\Omega_{m_0}(1+z)^3 + \Omega_{r_0}(1+z)^4 + \Omega_{\Lambda_0}(1+z)^{3(1+w)}\right]$$

Modelo de energía oscura holográfica de Granda-Oliveros:

$$H^2(z) = H_0^2 \left[1 + \frac{(2\alpha - 3\beta)}{(2 - 2\alpha + 3\beta)}\right] \Omega_{m_0}(1+z)^3 + H_0^2 \left[1 + \frac{(\alpha - 2\beta)}{(1 - \alpha + 2\beta)}\right] \Omega_{r_0}(1+z)^4$$
$$+ H_0^2 \left(1 - \frac{2\Omega_{m_0}}{(2 - 2\alpha + 3\beta)} - \frac{\Omega_{r_0}}{(1 - \alpha + 2\beta)}\right)(1+z)^{\frac{2(\alpha-1)}{\beta}},$$



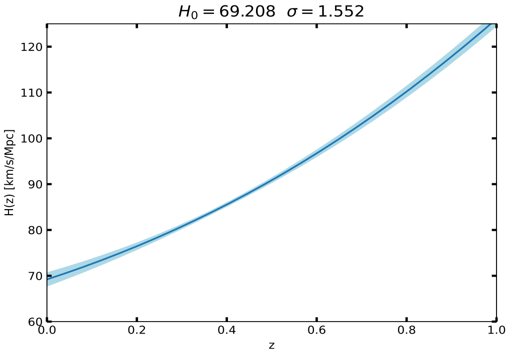


Figura 9: Por optimización: (Izq) N reconstrucciones de H(z) a partir de los datos simulados[1 2], (Dch) Estimación de los valores de H(z) (línea solida azul) y su incertidumbre (región azul claro), en universo (G-O) simulado con $\Omega_{m_0} = 0.3$ y $H_0 = 70.0$

Anexos

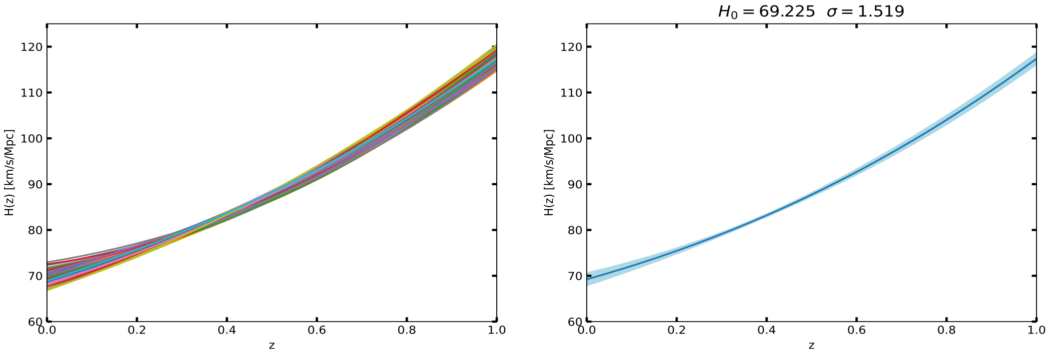


Figura 10: Por optimización: (Izq) N reconstrucciones de H(z) a partir de los datos simulados[1 2], (Dch) Estimación de los valores de H(z) (línea solida azul) y su incertidumbre (región azul claro), en universo $(wCDM)$ simulado con $\Omega_{m_0} = 0.3$ y $H_0 = 70.0$

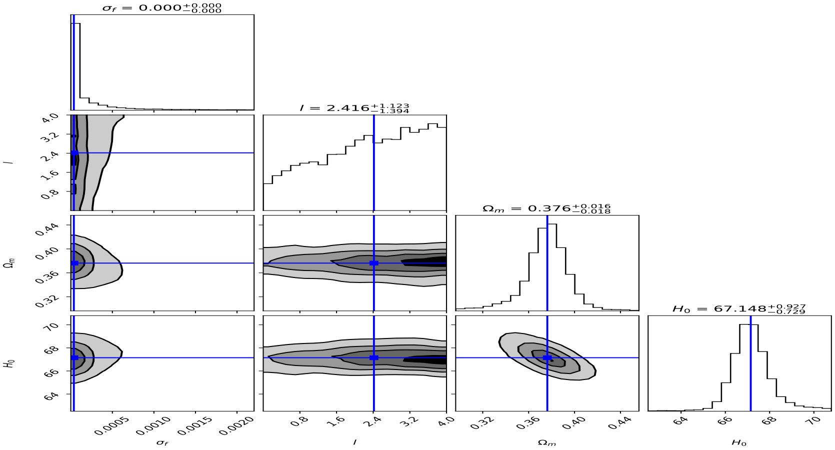


Figura 11: Contornos de Prob. de los hiperparámetros, en universo con $\Omega_{m_0} = 0.3$ y $H_0 = 70.0$, variando el modelo fiducial.

Anexos

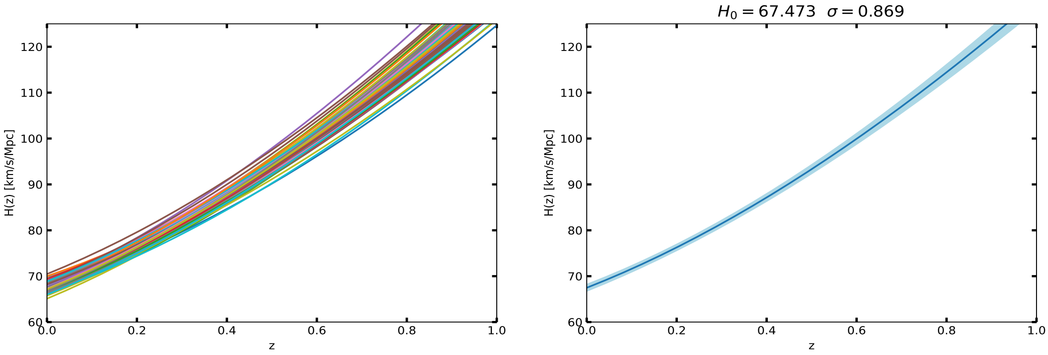


Figura 12: Por marginalización: (Izq) N reconstrucciones de H(z) a partir de los datos simulados[1 2], (Dch) Estimación de los valores de H(z) (línea solida azul) y su incertidumbre (región azul claro), en universo simulado con $\Omega_{m_0} = 0.3$ y $H_0 = 70.0$